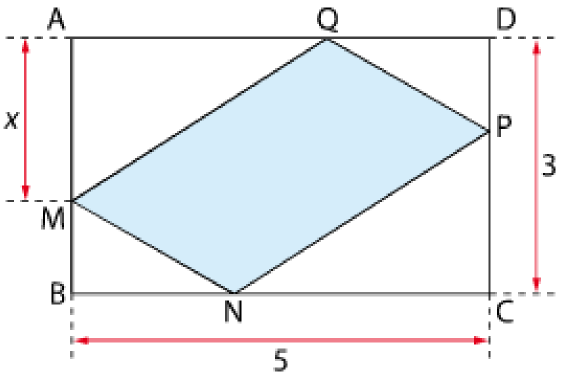
# DM n°1, spécialité mathématiques.

*Si vous n'arrivez pas à traiter la question 2,vous pouvez utiliser le résultat de la question 2 pour les questions suivantes.*

*Vous pouvez faire ce DM à deux. Vous pouvez le rendre numériquement.*

**93** ABCD est un rectangle tel que AB = 3 cm et BC = 5 cm. Les points M, N, P, Q appartiennent aux côtés du rectangle et AM = BN = CP = DQ.
On note $x$ la longueur AM (en cm) et $\mathscr{A}(x)$ l'aire de MNPQ (en $cm^2$).




**1.** Préciser l'ensemble de définition de $\mathscr{A}$.

**2.** Démontrer que $\mathscr{A}(x) = 2x^2 - 8x + 15$.

**3.** Peut-on placer M de telle sorte que

**a.** MNPQ ait pour aire 9 $cm^2$ ?

**b.** MNPQ ait une aire inférieure à 9 $cm^2$ ?

**4.** Dresser le tableau de variation de $\mathscr{A}$.

**5.** Quelle est l'aire maximale de MNPQ ?
Et son aire minimale ?

# Eléments de correction

**<u>(8=0.5+1.5+1+2+1+0.5+0.5 points).</u>**

93 **1.** $\mathscr{A}$ est définie pour $0 \leqslant x \leqslant 3$.

**2.** L'aire de AMQ est égale à l'aire de PCN et elles sont égales à $\dfrac{x \times (5 - x)}{2}$.

L'aire de BNM est égale à l'aire de PDQ et elles sont égales à $\dfrac{x \times (3 - x)}{2}$.

Donc $\mathscr{A}(x) = 15 - x \times (3 - x) - x \times (5 - x)$
$= 2x^2 - 8x + 15$.

**3. a.** Résolvons $2x^2 - 8x + 15 = 9$.
Cette équation a deux solutions 1 et 3.
Placer M à 1 cm de A ou placer M en B sont les deux seules possibilités pour que l'aire de MNPQ soit égale à 9 cm$^2$.

**b.** $2x^2 - 8x + 15 \leqslant 9$ équivaut à
$2x^2 - 8x + 6 \leqslant 0$.
Les racines du trinôme $2x^2 - 8x + 6$ sont 1 et 3. Donc $2x^2 - 8x + 6 \leqslant 0$ pour
$1 \leqslant x \leqslant 3$ (car 2 $> 0$).

**4.**

| $x$ | 0 | | 2 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathscr{A}(x)$ | 15 | ↘ | 7 | ↗ | 9 |

**5.** L'aire maximale est 15 cm$^2$ et l'aire minimale 7 cm$^2$.